

PROJETOS DE MATEMATIZAÇÃO  
DA LÓGICA



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Reitor

ANTONIO JOSÉ DE ALMEIDA MEIRELLES

Coordenadora Geral da Universidade

MARIA LUIZA MORETTI



Conselho Editorial

Presidente

EDWIGES MARIA MORATO

CARLOS RAUL ETULAIN – CICERO ROMÃO RESENDE DE ARAUJO

FREDERICO AUGUSTO GARCIA FERNANDES – IARA BELELI

MARCO AURÉLIO CREMASCO – MARIA TERESA DUARTE PAES

PEDRO CUNHA DE HOLANDA – SÁVIO MACHADO CAVALCANTE

VERÓNICA ANDREA GONZÁLEZ-LÓPEZ

Rafael da Silva da Silveira

PROJETOS DE MATEMATIZAÇÃO  
DA LÓGICA:  
de Raimundo Lúlio a Giuseppe Peano

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS DA UNICAMP  
DIVISÃO DE TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO  
Bibliotecária: Maria Lúcia Nery Dutra de Castro – CRB-8ª / 1724

---

Si39p      Silveira, Rafael da Silva da  
              Projetos de matematização da lógica : de Raimundo Lúlio a  
              Giuseppe Peano. – Campinas, SP : Editora da Unicamp, 2023.

1. Lúlio, Raimundo, 1232-1315. 2. Peano, Giuseppe, 1858-1932.  
3. Lógica simbólica e matemática. 4. Lógica – História. I. Título.

CDD – 189  
          – 510.1  
          – 511.3  
          – 160.9

ISBN 978-85-268-1613-8

---

Copyright © by Rafael da Silva da Silveira  
Copyright © 2023 by Editora da Unicamp

As opiniões, hipóteses, conclusões e recomendações expressas  
neste livro são de responsabilidade do autor e não  
necessariamente refletem a visão da Editora da Unicamp.

Direitos reservados e protegidos pela lei 9.610 de 19.2.1998.  
É proibida a reprodução total ou parcial sem autorização,  
por escrito, dos detentores dos direitos.

Foi feito o depósito legal.

Direitos reservados a

Editora da Unicamp  
Rua Sérgio Buarque de Holanda, 421 – 3º andar  
Campus Unicamp  
CEP 13083-859 – Campinas – SP – Brasil  
Tel.: (19) 3521-7718 / 7728  
www.editoraunicamp.com.br – vendas@editora.unicamp.br

*Dedico a todos aqueles que participaram desta trajetória.*



# Agradecimentos

Agradeço imensamente o apoio, compreensão e paciência de meus pais, que estão constantemente ao meu lado e incentivam meus sonhos.

Aos meus amigos agradeço as conversas, os desabaços sobre este trabalho (mesmo eles não fazendo ideia do que se tratava) e os momentos de descontração que possibilitaram novos ânimos.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Filosofia (PGF) da Universidade Estadual de Maringá (UEM) agradeço as oportunidades de aprendizado, os aprofundamentos de temáticas e a participação do Conselho do PGF, que possibilitaram a desconstrução e a reconstrução de um jovem professor e o nascimento de um pesquisador na área de Filosofia.

Ao professor Evandro Luís Gomes agradeço a orientação, as oportunidades de ampliação das perspectivas da história da lógica e os debates sobre as relações entre autores, permitindo uma visão mais crítica e mais ampla do desenvolvimento da lógica.

Agradeço também ao professor Max Rogério Vicentini e à professora Itala Maria Loffredo D'Ottaviano, que compuseram a banca de qualificação, destacando os aspectos que deveriam ser revistos e melhorados, permitindo, assim, um trabalho mais completo e coerente com a temática.



A filosofia está escrita neste grande livro que está continuamente aberto diante de nossos olhos (digo, o universo), mas você não pode entendê-la, a menos que primeiro aprenda a entender a linguagem e conheça os caracteres em que está escrita. Ela está escrita em linguagem matemática, e os caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem o que significa que é impossível entender humanamente a palavra; sem estes, é inútil vagar por um labirinto sombrio.

Galileu Galilei, *Il saggiatore*



# Sumário

<b>Listas gerais</b>	<b>13</b>
<b>Prefácio</b>	<b>19</b>
<b>Introdução</b>	<b>23</b>
<b>1 Simbolização, formalização e matemati- zação</b>	<b>35</b>
1.1 Sobre a noção de formalidade em lógica . . . . .	36
1.2 Acerca da noção de linguagem . . . . .	41
1.3 Linguagens formais . . . . .	48
1.4 A história da linguagem formal como cálculo . . . . .	51
<b>2 Alguns precursores da matematização do pensamento</b>	<b>63</b>
2.1 A <i>Ars magna</i> de Raimundo Lúlio . . . . .	64
2.2 <i>Pharus</i> : o tratado lógico de Sebastián Izquierdo	79
2.3 Thomas Hobbes e o <i>De corpore</i> . . . . .	93
2.4 A <i>Ars combinatoria</i> de Gottfried Wilhelm Leibniz . . . . .	98

<b>3</b>	<b>Pioneiros da matematização da lógica</b>	<b>115</b>
3.1	George Boole e a algebrização da lógica . . .	116
3.1.1	A silogística na perspectiva da álgebra booleana . . . . .	120
3.2	Contribuições de Augustus De Morgan . . .	126
3.2.1	Os objetos, as ideias e os nomes . . . .	126
3.3	A <i>Conceitografia</i> e as contribuições de Gottlob Frege . . . . .	137
3.3.1	A <i>Conceitografia</i> . . . . .	139
3.4	Os formulários de Giuseppe Peano . . . . .	150
3.4.1	A aritmética e o novo método exposi- tivo . . . . .	152
3.4.2	<i>Formulaire de mathématiques</i> . . . . .	164
	<b>Considerações finais</b>	<b>179</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>191</b>

# Listas gerais

## Abreviaturas

*C*                      *La logique de Leibniz* (Louis Couturat)

*GI*                      *General Inquiries* (Carl I. Gerhardt)

## Lógica proposicional e de predicados

$a, b, c, \dots, t, a_1, b_1, \dots, t_1, a_2, \dots$       constantes individuais

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \dots, \mathbf{t}, \mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{t}_1, \mathbf{a}_2, \dots$       metavariables para constantes individuais

$u, v, x, \dots, z, u_1, v_1, \dots, z_1, u_2, \dots$       variáveis individuais

$\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{x}, \dots, \mathbf{z}, \mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{z}_1, \mathbf{u}_2, \dots$       metavariables para variáveis individuais

$\neg A$                       fórmula negada (clássica)

$A \wedge B$                       conjunção (clássica)

$A \vee B$                       disjunção inclusiva (clássica)

$A \vee B$	disjunção exclusiva (clás-sica)
$A \rightarrow B$	condicional material (clás-sico)
$A \leftrightarrow B$	bicondicional (clássico)
$\forall xA$	quantificador para univer-sais (“para todo $x$ ”) e $A$ é uma fórmula em que “ $x$ ” ocorre
$\exists xA$	quantificador existencial (“existe um $x$ tal que”) e $A$ é uma fórmula em que “ $x$ ” ocorre
$\top$	<i>Verum</i> , constante do valor verdade verdadeiro
$\perp$	<i>Falsum</i> , constante do valor verdade falso
$A \Rightarrow B$	“ $A$ ” implica metalogica-mente “ $B$ ”
$A \Leftrightarrow B$	“ $A$ ” equivale metalogica-mente a “ $B$ ”

## Lógica tradicional e teoria silogística<sup>1</sup>

<i>Aab</i>	proposição categórica universal afirmativa ( <i>A</i> ) – “ <i>a</i> pertence a todo <i>b</i> ” ou “ <i>a</i> é predicado de todo <i>b</i> ”
<i>Eab</i>	proposição categórica universal negativa ( <i>E</i> ) – “ <i>a</i> pertence a nenhum <i>b</i> ” ou “ <i>a</i> é predicado de nenhum <i>b</i> ”
<i>Iab</i>	proposição categórica particular afirmativa ( <i>I</i> ) – “ <i>a</i> pertence a algum <i>b</i> ” ou “ <i>a</i> é predicado de algum <i>b</i> ”
<i>Oab</i>	proposição categórica particular negativa ( <i>O</i> ) – “ <i>a</i> não pertence a algum <i>b</i> ” ou “ <i>a</i> não é predicado de algum <i>b</i> ”

## Teoria de conjuntos

$X \in Y$	$X$ pertence a $Y$
$X \subseteq Y$	$X$ é subconjunto de $Y$
$X \subset Y$	$X$ é um subconjunto de $Y$ e $X \neq Y$

---

<sup>1</sup>Lukasiewicz, 1951, p. 77.

$\bar{X}$	complemento de $X$ , $Y \notin X$
$X \cap Y$	interseção de $X$ e $Y$
$X \cup Y$	união de $X$ e $Y$

## Tabelas

1	Classificação e notação das proposições categóricas aristotélicas . . . . .	26
2	Figuras dos silogismos categóricos . . . . .	27
3	Os modos válidos dos silogismos categóricos	28
1.1	As quatro figuras do silogismo categórico . .	52
2.1	Classificação das proposições segundo Sebastián Izquierdo . . . . .	82
2.2	Relações binárias entre as proposições categóricas segundo Izquierdo . . . . .	85
2.3	Relações ternárias entre as proposições categóricas segundo Izquierdo . . . . .	86
2.4	Modos válidos dos silogismos hipotéticos e mistos segundo Izquierdo . . . . .	88
2.5	Figuras do silogismo composto e seus modos válidos . . . . .	92
2.6	Tabela de leis de $L1$ de Leibniz . . . . .	109
2.7	Comparativa entre álgebras de conceitos e proposições em Leibniz . . . . .	113
3.1	Tabela de representação e contranominal . .	135

3.2	Tabela dos sinais utilizados por Peano . . . . .	153
3.3	Sinais utilizados por Peano para denotar as proposições . . . . .	154
3.4	Primeiro grupo de proposições de acordo com Peano . . . . .	154
3.5	Segundo grupo de proposições de acordo com Peano . . . . .	155
3.6	Terceiro grupo de proposições de acordo com Peano . . . . .	156
3.7	Quarto grupo de proposições de acordo com Peano . . . . .	156
3.8	Quinto grupo de proposições de acordo com Peano . . . . .	158
3.9	Sexto grupo de proposições de acordo com Peano . . . . .	158
3.10	Notação para teoria de classes de acordo com Peano . . . . .	159

## Figuras

1	Quadrado lógico aristotélico . . . . .	27
1.1	Ideogramas em chinês simplificado . . . . .	44
2.1	Métodos de Lúlio . . . . .	67
2.2	Primeira figura de Lúlio . . . . .	69
2.3	Segunda figura de Lúlio . . . . .	70
2.4	Terceira figura de Lúlio . . . . .	71
2.5	Quarta figura de Lúlio . . . . .	72

2.6	Quinta figura de Lúlio . . . . .	73
2.7	Círculo cromático . . . . .	75
2.8	Diagrama das lógicas de Leibniz, segundo Lenzen . . . . .	105
3.1	Representação do exemplo de identidade de conteúdo . . . . .	146
3.2	Quadrado lógico das oposições e do formalis- mo de Frege . . . . .	149

# Prefácio

A lógica foi, por muito tempo, considerada uma disciplina sem história. Graças, em parte, ao parecer de Immanuel Kant, expresso no Prefácio da segunda edição da *Crítica da razão pura*, de que a lógica se encontrava pronta e acabada desde a contribuição inaugural de Aristóteles, houve escassez de estudos que versassem sobre o desenvolvimento histórico da lógica.

Nos últimos tempos, o cenário tem melhorado significativamente, tanto no Brasil quanto no exterior. Nesse contexto, o presente livro é uma contribuição à literatura de história da lógica, assim como à literatura de história da filosofia.

Partindo de fontes e de estudos especializados, Rafael da Silva da Silveira apresenta, no *Projetos de matematização da lógica: de Raimundo Lúlio a Giuseppe Peano*, o enredo da paulatina constituição da perspectiva de matematização da lógica, da criação e do estabelecimento da moderna notação simbólica com a qual a teoria lógica tem sido cultivada desde o século XIX.

Esse avanço não é mero detalhe; de fato, no presente livro, o autor narra os aspectos estruturais mais marcantes dessa história de uma genuína revolução científica, que permitiu a exploração dos múltiplos universos da logicidade a partir de contribuições memoráveis de inúmeros autores, verdadeiros ícones da história da lógica.

Assim, semelhante ao advento de instrumentos científicos sofisticados como o telescópio e o microscópio na prática científica, que revolucionaram nosso entendimento da natureza no âmbito do muito grande e do muito pequeno, a matematização e o emprego da notação simbólica em lógica constituíram-se num instrumento poderoso, capaz de penetrar por meandros antes inacessíveis, tanto no universo da linguagem natural e artificial quanto no da inferência racional.

Resgatando o papel de figuras historicamente decisivas, o autor inclui os mais ilustres precursores e artífices do projeto de matematização da lógica, entre eles, Raimundo Lúlio, Sebastián Izquierdo, Thomas Hobbes, Gottfried W. Leibniz, George Boole, Augustus De Morgan, Gottlob Frege e Giuseppe Peano.

A história que o livro conta não constitui uma narrativa linear; a história da lógica é repleta de descontinuidades e retomadas, todas sempre contextualmente significativas e conectadas às mais diversas searas do conhecimento, como em filosofia, matemática, ciências naturais e humanas, todas inseridas no âmbito mesmo da própria cultura.