

RESISTÊNCIA
dos materiais



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Reitor
JOSÉ TADEU JORGE

Coordenador Geral da Universidade
ALVARO PENTEADO CRÓSTA



Conselho Editorial

Presidente
EDUARDO GUIMARÃES

ELINTON ADAMI CHAIM – ESDRAS RODRIGUES SILVA
GUITA GRIN DEBERT – JULIO CESAR HADLER NETO
LUIZ FRANCISCO DIAS – MARCO AURÉLIO CREMASCO
RICARDO ANTUNES – SEDI HIRANO

Aloisio Ernesto Assan

RESISTÊNCIA
dos materiais

VOLUME I

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO
SISTEMA DE BIBLIOTECAS DA UNICAMP
DIRETORIA DE TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

As76r Assan, Aloisio Ernesto.
Resistência dos materiais / Aloisio Ernesto Assan. – Campinas, SP: Edi-
tora da Unicamp, 2010.

1. Resistência dos materiais. 2. Teoria das estruturas. 3. Estática. I. Título.

CDD 620.112

624.1

620.103

ISBN 978-85-268-0874-4

Índices para catálogo sistemático:

1. Resistência dos materiais	620.112
2. Teoria das estruturas	624.1
3. Estática	620.103

Copyright © by Aloisio Ernesto Assan
Copyright © 2010 by Editora da Unicamp

2ª reimpressão, 2015

Direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610 de 19.2.1998.
É proibida a reprodução total ou parcial sem autorização,
por escrito, dos detentores dos direitos.

Printed in Brazil.
Foi feito o depósito legal.

Direitos reservados à

Editora da Unicamp
Rua Caio Graco Prado, 50 – Campus Unicamp
CEP 13083-892 – Campinas – SP – Brasil
Tel./Fax: (19) 3521-7718/7728
www.editora.unicamp.br – vendas@editora.unicamp.br

À minha esposa e aos meus filhos.

Se você deseja obter conhecimento sobre as formas das coisas, comece com o detalhe e somente vá de um detalhe a outro quando você tiver fixado o primeiro firmemente na sua memória e estiver bem familiarizado com ele.

Leonardo da Vinci, apud Michael White

Sumário

Prefácio	11
1 Notas históricas	17
1.1 Introdução	17
1.2 Temas do livro	21
1.2.1 Equilíbrio dos corpos e centros de gravidade	21
1.2.2 Treliças e arcos	28
1.2.3 Flexão de vigas	38
2 Conceitos fundamentais	53
2.1 Conceito de corpo rígido	53
2.2 Conceito de força	53
2.3 Paralelogramo de forças	55
2.3.1 Duas forças concorrentes	55
2.3.2 Várias forças concorrentes num mesmo ponto	59
2.4 Conceito de momento de uma força	61
2.5 Componentes cartesianas de uma força	68
2.6 Equações de equilíbrio de um sistema de forças	72
2.7 Princípio da ação e reação	73
2.8 Exercícios	76
3 Ações e esforços em um sólido	81
3.1 Introdução	81
3.2 Ações	86
3.2.1 Classificação	86
3.2.2 Tipos de ações	87
3.3 Esforços	89
3.3.1 Convenção de sinais	93
3.4 Cálculo dos esforços e reações de apoio	94
3.4.1 Graus de mobilidade de um corpo	94
3.5 Vinculações e reações	95
3.6 Exercícios	108
4 Cálculo dos esforços em estruturas planas	111
4.1 Treliças	111
4.1.1 Métodos de cálculo	113
4.2 Pilares e tirantes	129
4.3 Vigas	130

4.3.1	Cálculo dos esforços e sua representação gráfica	131
4.4	Pórticos	151
4.4.1	Cálculo dos pórticos	151
4.5	Cabos e fios	158
4.5.1	Cálculo dos esforços	158
4.6	Arcos	167
4.6.1	Cálculo dos esforços	169
4.7	Exercícios	182
5	Grandezas geométricas de uma seção	187
5.1	Centro de gravidade	187
5.1.1	Centro de gravidade de um conjunto de pesos	187
5.1.2	Centro de gravidade de um sólido homogêneo	188
5.1.3	Centro de gravidade de uma superfície plana	189
5.1.4	Centro de gravidade de figuras planas	189
5.2	Momentos de primeira ordem	193
5.2.1	Translação de eixos	194
5.2.2	Rotação de eixos	195
5.3	Momentos de segunda ordem	198
5.3.1	Translação de eixos	199
5.3.2	Rotação de eixos	200
5.3.3	Momento de inércia polar	206
5.3.4	Raios de giração de uma área	207
5.3.5	Seções delgadas	217
5.4	Exercícios	220
6	Conceitos de tensão e deformação	223
6.1	Introdução	223
6.2	Conceito de tensões	223
6.2.1	Tensão normal	226
6.2.2	Tensão de cisalhamento	231
6.3	Conceito de deformações	236
6.3.1	Introdução	236
6.3.2	Deformações específicas	237
6.4	Propriedades mecânicas dos materiais	239
6.5	Noções sobre a segurança de estruturas	251
6.6	Cisalhamento em ligações de treliças	253
6.7	Tensões na flexão de barras	266
6.8	Algumas aplicações da lei de Hooke	277
6.9	Princípio de Saint-Venant	294
6.10	Exercícios	297

7	Flexão de barras	301
7.1	Flexão de barras de eixo reto	301
7.1.1	Flexão normal simples	303
7.1.2	Flexão normal composta	307
7.1.3	Flexão oblíqua simples	312
7.1.4	Flexão oblíqua composta	320
7.1.5	Núcleo central de uma seção	327
7.2	Flexão de barras de eixo curvo	334
7.3	Flexão de barras de materiais diferentes	343
7.4	Método da seção equivalente	348
7.5	Vigas com seções de igual resistência	353
7.6	Exercícios	355
8	Equação da linha elástica	361
8.1	Linha elástica de vigas retas	361
8.1.1	Deformação por flexão	361
8.2	Condições de contorno	366
8.2.1	Problemas hiperestáticos	378
8.2.2	Deformação por cisalhamento	383
8.2.3	Sobre o coeficiente de cisalhamento	388
8.3	Equação diferencial da viga	395
8.3.1	Viga de Bernoulli-Euler	395
8.3.2	Viga de Timoshenko	398
8.4	Deslocamento longitudinal	405
8.5	Linha elástica de arcos	408
8.6	Flechas de vigas sob flexão oblíqua	418
8.7	Exercícios	420
A	Bibliografia consultada	423
B	Programas didáticos	427
B.1	Primeiro programa: Grandezas geométricas de figuras planas	427
B.2	Segundo programa: Flexão geral	430
B.3	Terceiro programa: Treliças	431
B.4	Quarto programa: Pórticos planos	433
C	Linhas elásticas de vigas isostáticas	439
	Índice	445

Prefácio

Na pré-história os homens realizavam atividades simples que mostravam o desenvolvimento de habilidades manuais e intelectuais, construindo abrigos e armas.

Com o decorrer do tempo, essas habilidades foram aprimoradas e, com o início da sociedade urbana há mais de 5 mil anos a.C. – Ronan cita que a cidade de Jericó data de 8000 a.C. –, já havia os artesãos, que futuramente ocupariam lugar de destaque na nova sociedade que se vinha formando, que tinham de satisfazer as necessidades dos habitantes das vilas e cidades, os quais já não viviam apenas das atividades agrícolas.

Com o crescimento das cidades, aumentou a preocupação com a organização urbana e com a saúde pública. Ao par disso a construção de grandes obras, como templos e igrejas, fortalezas e pontes, a necessidade de abrir novas estradas, de trazer e distribuir água, tanto para a população urbana como para a rural, propiciaram e estimularam o aparecimento de homens com conhecimentos para tratar desses problemas.

Eles eram ao mesmo tempo matemáticos, físicos, engenheiros e arquitetos e, muitas vezes, também eram artistas como pintores e escultores.

Diversos deles eram cientistas, porque ainda se dedicavam à pesquisa científica, inicialmente apenas no âmbito teórico e, mais tarde, realizando ensaios experimentais para comprovar suas teses.

O estudo experimental foi incorporado às ciências no transcorrer dos séculos XVI e XVII. Todavia, no século XIII, Robert Grosseteste (1168-1253), na Inglaterra, ensinava que, tendo sido descobertas as causas de algum fenômeno, “o primeiro passo seria analisá-las, seccionando-as em suas partes ou princípios componentes. Depois disso, o fenômeno observado deveria ser reconstruído a partir desses princípios, com base numa hipótese, e finalmente a própria hipótese teria de ser testada e verificada – ou invalidada – pela observação” (apud Ronan, 1987), prevendo a importância da constatação experimental na pesquisa científica.

Os conhecimentos que eram transmitidos por esses mestres, inicialmente sem uma organização pedagógica, foram sendo aos poucos agrupados em conjuntos de disciplinas que eram ensinadas em escolas isoladas. Essas escolas já existiam na Grécia antiga, como a Academia de Platão e o Liceu de Aristóteles.

No século X havia diversas escolas espalhadas pela Europa. Algumas delas deram origem a universidades, como as de Paris e de Bolonha no início do século XI.

No século XIII nasceram as Universidades de Oxford (1214), de Salamanca

(1218), de Pádua (1222), de Toulouse (aprox. 1230), de Valladolid (aprox. 1250) etc. No século seguinte foi criada a Universidade de Cambridge, em 1318.

As pesquisas nem sempre eram realizadas em centros universitários. Rossi (2001) diz: “as universidades não estiveram no centro da pesquisa científica. A ciência moderna nasceu fora das universidades, muitas vezes em polêmica com elas e, no decorrer do século XVII e mais ainda nos dois séculos sucessivos, transformou-se em uma atividade social organizada capaz de criar as suas próprias instituições”.

Essas instituições, denominadas academias, reuniam sábios de diversas ciências, sendo as principais: a Accademia dei Lincei¹, fundada em Florença em 1603, a Accademia del Cimento², criada também em Florença em 1657, a The Royal Society, surgida em Londres, em 1662, e a Académie des Sciences e a Academia de Ciências de Berlim, que foram inauguradas, respectivamente, em Paris, em 1666, e em Berlim, em 1700. Em 1725, em São Petersburgo foi fundada a Academia Russa de Ciências.

Nessas academias as pesquisas mais recentes eram apresentadas por seus autores e discutidas pelo plenário. Algumas dessas academias patrocinavam novas pesquisas e publicavam os trabalhos mais importantes, como, por exemplo, a The Royal Society.

Os cientistas sempre utilizaram aparelhos e experiências provenientes de engenheiros e artesãos. Os conhecimentos gerados pela ciência começaram a ser utilizados mais intensamente pelos engenheiros no século XVII, mas o século XIX marca definitivamente a incorporação consistente desses conhecimentos à engenharia.

A história da ciência não é feita apenas de acertos, sucesso, fama e glória, ela tem ingredientes de histórias de suspense, como intrigas, disputas, fraudes, revelações e mortes. Por isso sua leitura é muito interessante.

Os grandes sábios e gênios, tanto do passado quanto do presente, cometeram erros, não apenas ao elaborarem suas teorias, mas ao preverem os rumos das ciências.

Podemos acrescentar que, no início da Idade Moderna, aumentaram as críticas ao método científico de Aristóteles – alicerces da escolástica –, sobretudo contra a ideia de organização do universo defendida por ele e por Ptolomeu.

A oposição de Copérnico, Kepller, Bacon, Bruno e Galileu, dentre vários outros, à filosofia aristotélica, defendida ferrenhamente pela Igreja Católica, levou os dois últimos a serem condenados pela Inquisição. Giordano Bruno (1548-1600) foi queimado na fogueira e Galileu Galilei (1564-1642) viveu os últimos anos de sua vida em prisão domiciliar.

Há muito mais o que falar sobre a história da ciência e, por extensão, sobre a história da engenharia. No final deste livro há uma relação de livros fáceis de serem encontrados, que dão uma visão abrangente sobre ela.

¹ Lincei significa “lincês”, os felinos que têm visão mais apurada que os outros animais.

² Academia de Experiências.

Bertrand Russel escreveu que “a tendência atual por uma especialização cada vez mais extensa e exagerada está fazendo os homens esquecerem as suas dívidas intelectuais para com os seus antepassados”, referindo-se à história da filosofia; transpondo esse pensamento para a história da ciência e entendendo que um engenheiro não pode considerar-se com formação completa se não conhecer ao menos um pouco da história da engenharia, mostramos, resumidamente em ordem cronológica, no segundo capítulo, a contribuição de diversos cientistas nos tópicos que são abordados neste livro, sem mencionar as outras áreas da engenharia.

Não é apenas o segundo capítulo deste livro que o diferencia dos demais que versam sobre a resistência dos materiais. A descrição do conteúdo de cada capítulo, feita a seguir, expõe as diferenças entre este livro e aqueles outros.

No terceiro capítulo são revistos os conceitos de corpo rígido, de vetores, de força e momento de uma força. São revisadas as composições de dois ou mais vetores e o equilíbrio de um sistema de forças. Também é enunciado o princípio da ação e reação.

O quarto capítulo é dedicado às ações e esforços em elementos estruturais: vigas, pórticos e arcos. Ele é iniciado com a classificação das ações e com a apresentação dos tipos de cargas que comumente ocorrem. Nesse capítulo o aluno já tem, então, as primeiras noções sobre os tipos de ações, sua classificação e descrição.

Em seguida são abordados os esforços, identificando cada um deles e a convenção de sinais que é adotada no livro. Depois é mostrado como são calculadas as reações nos apoios e os esforços em estruturas planas e sua representação gráfica.

O quinto capítulo trata da obtenção das características geométricas de figuras planas. O aluno aprenderá a calcular a posição de centros de gravidade, áreas e os diversos momentos de segunda ordem de quaisquer figuras planas. Nesse capítulo, também, é introduzido o conceito de *tensor*.

O conceito de tensão e deformação é visto no sexto capítulo. São introduzidas as tensões normais e de cisalhamento e as correspondentes deformações. São estudadas as propriedades mecânicas dos materiais e é dado destaque à segurança das estruturas. Os materiais compostos e suas principais propriedades são apresentados aos leitores.

Como aplicação prática da análise de tensões e deformações, é estudado o cisalhamento em ligações de treliças, e a lei de Hooke é aplicada a problemas hiperestáticos.

No sétimo capítulo é estudado o problema conhecido por flexão geral de barras de eixo reto e curvo. Esse problema inclui a flexão normal simples, a flexão normal composta, a flexão oblíqua simples e a composta.

É mostrado como é obtido o núcleo central de seções. Também são examinadas as barras constituídas por materiais diferentes.

O oitavo capítulo é destinado ao estudo da linha elástica de vigas retas e curvas. São consideradas as influências da flexão e do cisalhamento. Aqui é

exposta pela primeira vez em um livro de resistência dos materiais a teoria de viga de Timoshenko.

Em todos os capítulos, há um apreciável número de exercícios resolvidos e propostos.

Temos observado, ao longo de nossa atuação como professor da disciplina resistência dos materiais, que os alunos acham que estudar essa disciplina é refazer exercícios resolvidos, seguindo a solução ou consultando-a quando não conseguem prosseguir sozinhos. Essa atitude nos parece ser um grave erro, pois dá ao aluno a falsa impressão de que, vendo como o nó foi desatado, ele aprendeu a desfazê-lo.

O processo de aprendizagem é um pouco mais trabalhoso e se aproxima de um método de tentativa e erro: o aluno estuda o assunto (teoria) e tenta resolver o problema; não conseguindo, volta a estudar o mesmo assunto e novamente tenta resolvê-lo, repetindo o procedimento tantas vezes quantas forem necessárias para solucioná-lo.

Os conceitos são apreendidos com a explicação do professor e com o estudo cuidadoso. De posse deles, o aluno estará apto a resolver qualquer problema.

A frase de Leonardo da Vinci, estampada na epígrafe deste livro, trocando a palavra detalhe por conceito, mostra com clareza o que expusemos.

O estudo da resistência dos materiais pode ficar mais agradável, se o aluno puder resolver os problemas da forma convencional, usando papel, lápis e calculadora, e depois verificar sua solução com um programa de computador, escrito de modo que os dados de entrada sejam facilmente introduzidos e os resultados sejam visualizados na tela de seu computador. Para que isso seja possível, quatro programas foram desenvolvidos e estão disponíveis para os leitores.

No Apêndice B são descritos os quatro programas de computador que acompanham o livro. Todos foram escritos em linguagem Pascal para o ambiente Delphi 5. Os dados de entrada são introduzidos via tela e os resultados são apresentados em forma numérica e gráfica.

Com o primeiro programa, são calculadas as principais características geométricas de quaisquer figuras planas. Na tela são apresentados os valores numéricos de todas essas características geométricas, o desenho da figura plana e os eixos centrais de inércia.

O segundo programa serve para o estudo da flexão geral. Os dados necessários são os mesmos do programa anterior, usados para descrever a forma e as dimensões da figura, mais os valores dos momentos fletores e suas orientações e as forças normais e suas coordenadas. Os resultados apresentados são: os valores das características geométricas, a posição da linha neutra, os valores das tensões extremas, os pontos onde elas ocorrem e o núcleo central da figura. Os núcleos centrais não são corretamente desenhados para todas as seções; aquelas que têm reentrâncias em forma de U apresentam problemas que estão bem explicados no arquivo-texto que acompanha o programa.

Os dois primeiros programas foram desenvolvidos pelo autor deste livro.

Para o cálculo das grandezas geométricas das figuras, foram usadas as expressões desenvolvidas pelo professor doutor José Luiz Fernandes de Arruda Serra, disponíveis em publicação da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp.

O terceiro programa foi todo elaborado pelo ex-aluno da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp, engenheiro e mestre em estruturas, Anderson Carlos Gatti, e calcula treliças planas. Os resultados obtidos são as tensões nas barras e os deslocamentos nos nós.

O quarto programa é para cálculo de pórticos planos com ou sem rótulas e também treliças. Seu autor foi o engenheiro civil Amauri Gavazzi, formado pela Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp. Ele apresenta não apenas os valores de esforços e deslocamentos, como também os respectivos diagramas.

O Apêndice C contém uma relação de linhas elásticas para principais vigas retas isostáticas com dois apoios e com uma extremidade engastada sujeitas a diversos tipos de carregamentos.

Agradeço aos engenheiros civis Amauri Gavazzi e Anderson Carlos Gatti pela inestimável colaboração. Seus programas valorizam sobremaneira este livro e servem como incentivo a outros alunos que queiram realizar algum trabalho fora daqueles obrigatórios de seus cursos de graduação.

Os dois alunos foram bolsistas de iniciação científica da Fapesp sob orientação do autor deste livro, e os dois programas, aqui disponíveis, não foram os temas de seus trabalhos de iniciação científica, tendo sido realizados em paralelo àqueles.

Agradeço aos vários colegas do Departamento de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp (FEC), alguns que me auxiliaram lendo, corrigindo e sugerindo melhorias no texto e outros que me forneceram fotos que ilustram este livro; dentre eles não posso deixar de citar os professores Mario Conrado Cavichia, Francisco Antonio Menezes, Newton de Oliveira Pinto Júnior e Maria Cecília Amorim Teixeira da Silva.

Devo agradecimento ao professor Pérsio Leister de Almeida Barros pela ajuda que sempre se dispõe a me dar, para resolver problemas com o editor de texto, os quais para mim parecem insolúveis e para ele são apenas banais.

Um agradecimento especial ao professor doutor Euclides de Mesquita Neto, da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp, leitor sagaz, cujas observações melhoraram muito o texto do capítulo 1.

Agradeço ao professor Walter Savassi, professor titular da Escola de Engenharia de São Carlos da USP, a oportunidade que me concedeu de participar do grupo de resistência dos materiais da FEC – Unicamp, a partir de 1979, quando ele era professor naquela faculdade e meu orientador de doutorado. Foram tempos de muito trabalho e aprendizado, que se refletiram na elaboração deste livro.

Expresso minha gratidão ao professor Savassi pelos ensinamentos e minha consideração a essa pessoa extraordinária.

Agradeço ao doutor Julio Soriano a atenção e a valiosa ajuda no preparo de muitas fotos que compõem este volume e ao engenheiro Antonio Medeiros da Paixão pela cessão dos perfis metálicos, cujas fotos constam do capítulo 3.

Aos funcionários da Editora da Unicamp, que trabalharam na edição deste livro, meu agradecimento pela cordialidade e paciência com que me orientaram na elaboração da versão final deste volume.

Finalmente, dedico este livro aos meus filhos, Claudia, Roberta e Marcos, que continuamente me têm incentivado, e à minha esposa, Cidô, que, com sua presença e seu doce sorriso, me dá o suporte para continuar a escrever. A eles minha gratidão.

Capítulo 1

Notas históricas

1.1 Introdução

Nestas notas pretendemos mostrar ao leitor, de forma resumida, o desenvolvimento da mecânica e da resistência dos materiais desde a Antiguidade até a era contemporânea, apontando a colaboração de diversos estudiosos nos tópicos apresentados neste livro.

São citados inúmeros nomes, a maior parte deles desconhecidos para muitos leitores. Não são descritos os trabalhos de todos, apenas alguns para ilustrar como eram tratados os problemas, as hipóteses, as ferramentas matemáticas e geométricas que eram usadas.

Como não tivemos acesso aos trabalhos originais dos diversos autores citados, o texto que segue é uma síntese de partes de livros e artigos sobre a história da resistência dos materiais e da mecânica, escritos por Timoshenko, Truesdell, Oravas e McLean, Boyer, Benvenuto e outros, listados no Apêndice A, que cobrem os assuntos abordados neste livro.

Nesse capítulo as referências são citadas em ordem alfabética e algumas delas não aparecem no texto; elas são citadas para dar ao leitor alternativas de leitura, que ampliarão seu conhecimento.

Talvez seja pretensão exagerada considerar a engenharia uma arte, ou ver as obras de engenharia como obras artísticas. Por outro lado, se há os que veem na guerra manifestações artísticas, como Sun Tzu e Maquiavel, por que não vemos nas obras de engenharia¹ obras de arte? Propositadamente, ou incidentalmente, não sabemos, os túneis, os viadutos e as pontes que fazem parte de uma rodovia são chamados de obras de arte; e há, pelo mundo, construções que são verdadeiras obras de arte.

Como a música, a engenharia não é exclusividade do homem, tendo-se manifestado antes nos animais. Se há pássaros que compõem e cantam, há pássaros que constroem, utilizando os mais diversos tipos de materiais e formas construtivas. Animais como tatus e formigas cavam túneis, castores constroem barragens, aranhas tecem tensoestruturas², abelhas eregem edifícios e moluscos fazem cascas. O *Homo sapiens*, sem as mesmas ferramentas com que a natureza dotou os animais, não conseguia fazer mais do que instrumentos primitivos de ossos e pedras e abrigos toscos com galhos e folhas de árvores.

¹ Em uma visão maniqueísta, já que uma destrói e a outra constrói.

² São estruturas formadas por cabos.



Figura 1.1: Ponte Exe, construída em Exeter, Inglaterra.

Veio depois a construção de abrigos com paredes de galhos de árvores ou com a sobreposição de pedras e cobertura de galhos e folhas ou, ainda, escavando os paredões de terra para criar grutas, e apareceram as primeiras pontes feitas de troncos de árvores. Posteriormente surgiram abrigos mais adequados e as pontes em arco feitas com pedras encaixadas umas às outras. Em locais onde havia escassez de madeira, própria para construção, eram utilizadas pedras, que foram empregadas na construção de arcos e abóbadas, aproveitando a boa resistência à compressão desses materiais.

O monumental conjunto de pedras de Stonehenge, datado de aproximadamente 3000 a.C., ainda intriga os pesquisadores e é um bom exemplo da manifestação do engenheiro no homem. Bowyer cita exemplos de estruturas construídas com pedras, que chegaram até nós, como as tumbas encontradas na antiga cidade de Ur, datadas de 3000 a.C., o Santuário no Templo de Seti, no Egito, de 1350 a.C., a abóbada do Palácio de Sargon, em Khorsabad, na velha Pérsia, de 800 a.C., e a construção com a maior abóbada já feita apenas com pedras, com 25 m de vão e 30 m de altura, que é o Palácio de Ctesiphon, próximo de Bagdá, datado de 550³.

A Basílica de Santa Sofia foi construída em Istambul entre os anos 532 e 537, tendo a abóbada central com 31 m de diâmetro, e está intacta até hoje.

Há registros de diversas pontes:⁴ na Inglaterra, a Sweet Track Bridge, com 1.100 m de comprimento, datada de 3806 a.C., a Ponte Exe, construída em torno de 1200 d.C., em Exeter, considerada uma das mais longas pontes construídas com pedras na Inglaterra. Originalmente tinha 180 m de comprimento e era formada por 18 arcos e o que restou dela é visto na Figura 1.1.

Há também a Ponte Nimrod, considerada a mais antiga ponte de pedra em

³ Apenas as datas anteriores à era cristã são indicadas como tal.

⁴ Fonte: Swedish Institute of Steel Construction, <<http://www.sbi.se/bridges.htm>>.

forma de arco, que foi construída no Iraque, em 1800 a.C., aproximadamente, e a Meles, a mais antiga ponte em arco preservada, datada de 850 a.C., foi erguida na Turquia etc.

Ainda na Mesopotâmia há registros da Represa de Marib, que esteve em atividade até o século VI, quando ruiu. Não sabemos ao certo seu tamanho, mas os vestígios indicam que tinha grandes dimensões. Os egípcios, além das pirâmides e do santuário no Templo de Seti, construíram enormes templos em Tebas, Luxor e Karnak, como o grande Templo de Amon-Rá, em Karnak, com dimensão aproximada de 100 m por 360 m, com colunas de até 21 m de altura e 3 m de diâmetro, suportando pesos de 60 t a 70 t.

Os gregos também deixaram sua contribuição, construindo obras imponentes como o Farol de Alexandria, com altura estimada de 144 m, e o Partenon, em Atenas, construído em 432 a.C., dedicado à deusa Atena Partenos.

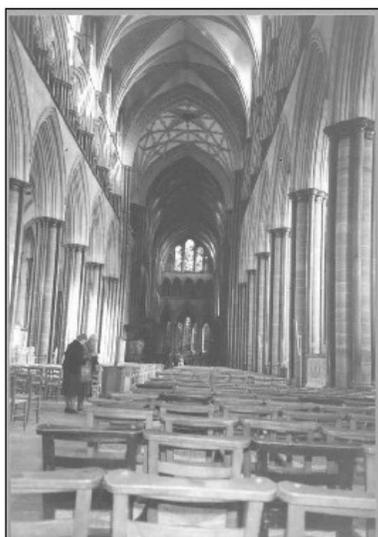
Os romanos nos legaram grandes estruturas construídas com pedras em forma de arcos e abóbadas, como o Aqueduto Aqua Claudia com 10 km de extensão, construído no ano 47, a ponte conhecida como Ponte Grosso, perto de Urbino, datada de 27 a.C., o Aqueduto de Segóvia, com duas arcadas (uma superior), com 728 m de comprimento e 29 m de altura, do início do segundo século, o aqueduto e ponte Pont du Gard, perto de Nimes, na França, com altura de 48 m, a ponte sobre o rio Tagus, em Alcântara, Espanha, com 52,5 m de altura e comprimento de 180 m, formada por seis arcos com os dois vãos centrais de 35,4 m cada um, construída no ano 98 e ainda em uso, e o Coliseu, em Roma, do fim do primeiro século.

Na Idade Média, já no segundo milênio, surgiram as grandes catedrais, principalmente na Inglaterra: Durham, Winchester, Salisbury, Exeter, Londres etc. São construções muito altas, com inúmeros arcos de pedra, que realçam sua grandiosidade. Vemos na Figura 1.2a o interior da Catedral de Salisbury, cuja construção teve início em 1220 e tem uma torre com 121 m de altura e na Figura 1.2b, uma vista interna da Catedral de Exeter, ou Catedral de São Pedro, cujo início se deu em 1112. Notar em ambas os mesmos tipos de arcos de pedras. A Catedral de São Paulo, em Londres, projetada por Sir Christopher Wren (1632-1723), tem planta circular com diâmetro de 33,5 m.

Da Itália também são conhecidas várias delas; podemos citar as catedrais de Milão, Roma e Florença. A Catedral de São Pedro, em Roma, tem um domo projetado por Donato Bramante (1444-1514), com planta circular de diâmetro de 20 m. O domo da Catedral de Santa Maria del Fiore, em Florença, projetado por Filippo Brunelleschi (1379-1446), com altura de 91 m, tem planta octogonal, cujo círculo que o circunscreve, tangenciando as faces do octógono, tem diâmetro de 41 m, e o círculo que passa pelos ângulos tem diâmetro de 45 m.

O Panteon, em Roma, ainda em perfeito estado de conservação, data do ano 126. É um templo com um domo de planta circular com diâmetro de 43,2 m, feito de cimento e tijolos.

Para termos uma ideia da grandeza dessas obras e do arrojo desses projetis-



a)



b)

Figura 1.2: a) Catedral de Salisbury. b) Catedral de Exeter.

tas, comparemos os diâmetros desses domos com o do Capitólio, em Washington, que tem diâmetro de 28,5 m.

Como vemos, os engenheiros civis daquela época eram também artistas, como Brunelleschi, e como outros que ainda veremos, como Leonardo da Vinci (1452-1519), e eram também engenheiros militares, hidráulicos etc.

Como as propriedades dos materiais não eram conhecidas e não havia algoritmos que permitissem criar ferramentas numéricas para análise estrutural, as construções eram feitas com base em conhecimentos empíricos e experiências já comprovadas, e dependiam do talento estrutural dos projetistas, não raro resultando em construções pesadas, comparadas com as atuais.

Esse panorama começou a mudar com o aparecimento dos *logaritmos*, criados por John Napier (1550-1617) por volta de 1594 e transformado para a base 10 por Henry Briggs (1561-1630), e da *geometria analítica*, descoberta independentemente por Pierre Simon de Fermat (1601-1665) e René Descartes (1596-1650). A régua de cálculo, utilizada por engenheiros até a metade do século XX, surgiu da aplicação dos *logaritmos* em 1622 pelo padre William Oughtred (1574-1660).

Outras *máquinas de calcular* foram criadas por Blaise Pascal (1623-1662), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) e Charles Babbage (1792-1871), a deste último, embora não tenha sido construída, foi a precursora do computador digital.

O desenvolvimento do cálculo diferencial no último quarto do século XVII por Isaac Newton (1642-1727) na Inglaterra e Leibniz na Alemanha foi ou-